**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»**

Кафедра інформатики та інтелектуальної власності

**ЗВІТИ**

про виконання лабораторних робіт з дисципліни

«Методи та засоби обчислювальної математики»

Варіант 18

Група КН-321в

Виконавець Дмитро ХОМА

Викладач Дмитро ЄЛЬЧАНІНОВ

Харків 2023

**15 ЕЛІПТИЧНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ**

**15.1 Завдання**

Для заданого диференціального рівняння та крайових умов знайти значення розв’язку цього рівняння в точках квадрата з кроком методом скінчених різниць. Порівняти результати наближених обчислень з точним розв’язком. Зберегти результати обчислень у файлі формату \*.xlsx (Microsoft Excel).

Диференціальне рівняння та крайові умови для заданого варіанта подані у табл. 15.1.

Таблиця 15.1 – Рівняння та початкова умова для заданого варіанта

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Варіант | Крайова задача | Розв’язок |
| 18 |  |  |

**15.2 Метод скінчених різниць**

Для чисельного розв’язку крайової задачі замінюють частинні похідні на їхні наближені формули.

При фіксованому значенні , на відрізку значення обчислюються у внутрішніх точках відрізка за формулою (15.1).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (15.1) |

При фіксованому значенні , на відрізку значення обчислюються у внутрішніх точках відрізка за формулою (15.2).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (15.2) |

Підставляємо у диференціальне рівняння формули (15.1) та (15.2):

Після перетворень отримуємо формулу, що зв’язує значення функції в точці із значеннями цієї функції у попередніх точках і та у наступних точках і :

Введемо такі позначення:

Тоді вищевказану формулу можна подати у такому вигляді:

Нехай відрізок розбитий точками , , …, , …, , на рівні частини з кроком . Нехай відрізок розбитий точками , , …, , …, , на рівні частини з кроком . Тоді маємо таку систему для визначення наближених значень розв’язку рівняння в точках квадрата:

Ця система складається з рівнянь, що містять невідомих , , …, , …, , .

Значення й при та й при визначаються крайовими умовами.

**15.3 Система лінійних рівнянь**

Значення функції з урахуванням крайових умов та введених позначень подані у табл. 15.2.

Таблиця 15.2 – Значення функції з урахуванням крайових умов

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1.1875 | 4.75 | 10.6875 | 19 |
|  | 2.4375 |  |  |  | 21.4375 |
|  | 9.75 |  |  |  | 28.75 |
|  | 21.9375 |  |  |  | 40.9375 |
|  | 39 | 40.1875 | 43.75 | 49.6875 | 58 |

За умовами завдання . Також Тому розрахункова формула має такий вигляд:

Отже, система для визначення наближених значень розв’язку рівняння має такий вигляд:

**15.4 Код програми**

Завдання реалізовано у коді програми мовою Python, як показано на рис. 15.1.

*# завантажуємо необхідну бібліотеку*

import pandas as pd

*# Завантажуємо необхідну функцію*

from gaussMethod import Gauss

*# Матриця А та вектор b*

A = [[ 4,-1, 0,-1, 0, 0, 0, 0, 0],

     [-1, 4,-1, 0,-1, 0, 0, 0, 0],

     [ 0,-1, 4, 0, 0,-1, 0, 0, 0],

     [-1, 0, 0, 4,-1, 0,-1, 0, 0],

     [ 0,-1, 0,-1, 4,-1, 0,-1, 0],

     [ 0, 0,-1, 0,-1, 4, 0, 0,-1],

     [ 0, 0, 0,-1, 0, 0, 4,-1, 0],

     [ 0, 0, 0, 0,-1, 0,-1, 4,-1],

     [ 0, 0, 0, 0, 0,-1, 0,-1, 4]]

b = [-3.625, 2.5, 54.875, -2.5, -7.25, 36.5, 24.875, 21.5, 83.375]

*# Знаходимо розв'язок системи рівнянь*

c = Gauss (A,b)

*# Визначаємо границі по Х*

x\_0 = 0

x\_n = 1

*# Визначаемо границі по у*

y\_0 = 0

y\_n = 1

*# Визначаємо кількість точок по X та У*

n\_x=3

n\_y=3

*# Визначаємо крок по X та Y*

delta\_x = (x\_n - x\_0)/(n\_x+1)

delta\_y = (y\_n - y\_0)/(n\_y+1)

*#Визначаемо точки У*

data\_Y = [y\_0]

for i in range (1,n\_y+1):

     data\_Y.append(y\_0 + 1\*delta\_y)

data\_Y.append(y\_n)

*#Значення функції для х\_0*

data\_x\_0 = [0,2.4375,9.75,21.9375,39]

*#Значення функції для х\_1*

data\_x\_1 = [1.1875]

data\_x\_1 = data\_x\_1 + c[:3]

data\_x\_1.append(40.1875)

*#значення функції для x\_2*

data\_x\_2 = [4.75]

data\_x\_2 = data\_x\_2 + c[3:6]

data\_x\_2.append(43.75)

*#Значення функції для x\_3*

data\_x\_3 = [10.6875]

data\_x\_3 = data\_x\_3 + c[6:]

data\_x\_3.append(49.6875)

*# Значення функції для x\_4*

data\_x\_4 = [19,21.4375,28.75,40.9375,58]

*#формуемо результати наближених обчислень*

data = pd.DataFrame({'y': data\_Y, 'x=0': data\_x\_0,

                    '0.25': data\_x\_1, '0.5': data\_x\_2,

                    '0.75': data\_x\_3, '1.0': data\_x\_4})

*# відображаемо результати наближених обчислень*

print('Результати наближених обчислень')

print(data)

*# зберігаємо результати наближених обчислень*

data.to\_excel('elliptic\_number.xlsx')

*# функція, що визначає точний розв'язок*

*def* F\_exact (*x*,*y*):

     z = 19\*x\*\*2 +39\*y\*\*2

     return z

*# обчислюемо точні значення*

data\_F\_X\_Y = []

for j in range (n\_x+2) :

     s = []

     for i in range (n\_y+2):

          s.append (F\_exact (x\_0 + j\*delta\_x, y\_0 + i\*delta\_y))

     data\_F\_X\_Y.append(s)

*#формуємо результати точних обчислень*

data\_exact = pd.DataFrame({'y': data\_Y,

                           'x=' + str(x\_0): data\_F\_X\_Y[0]})

for j in range (1, n\_y+2):

     data\_exact.insert (*loc*=len(data\_exact.columns),

*column*=str(y\_0+j\*delta\_y),

*value*=data\_F\_X\_Y[j])

*# відображаемо результати точних обчислень*

print('Результати точних обчислень')

print(data\_exact)

*# Зберігаємо результати точних обчислень*

data\_exact.to\_excel('elliptic\_exact.xlsx')

*# обчислюемо різницю між точними та наближеними обчисленнями*

data\_errors = data\_exact - data

*# відображаемо різницю між точними та наближеними обчисленнями*

print('Різниця між точними та наближеними обчисленнями')

print(data\_errors)

*# Зберігаємо різницю між точними та наближеними обчисленнями*

data\_errors.to\_excel('elliptic\_errors.xlsx')

Рисунок 15.1 – Код програми, що реалізує завдання

Програма використовує бібліотеку pandas, що дозволяє зберегти результати у файлі формату \*.xlsx, та функцію Gauss з модуля gauss.

**15.5 Тестування програми**

Результат роботи програми, що реалізує завдання, показано на рис. 15.2.

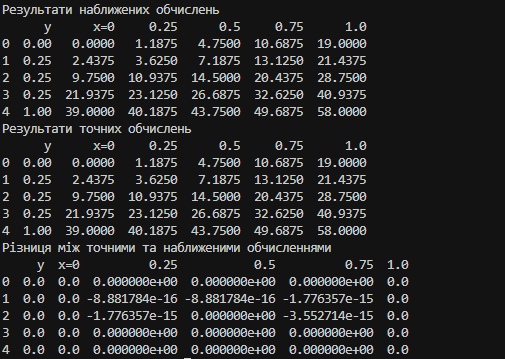


Рисунок 15.2 – Результат роботи програми

Зміст сформованого файлу Excel з результатами наближених обчислень показано на рис. 15.3.

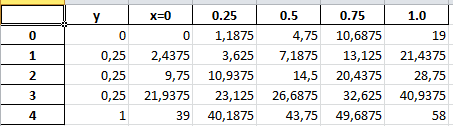


Рисунок 15.3 – Зміст файлу Excel з результатами наближених обчислень

Зміст сформованого файлу Excel з результатами точних обчислень показано на рис. 15.4.

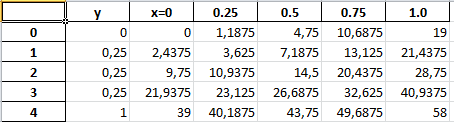


Рисунок 15.4 – Зміст файлу Excel з результатами точних обчислень

Зміст сформованого файлу Excel з результатами різниць між точними та наближеними обчисленнями показано на рис. 15.5.

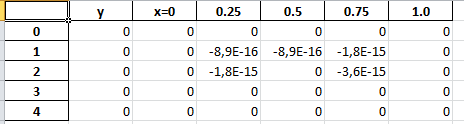


Рисунок 15.5 – Зміст файлу Excel з результатами різниць між обчисленнями

Результати табулювання точного розв’язку крайової задачі засобами сервісу Wolfram Alpha показано на рис. 15.6.

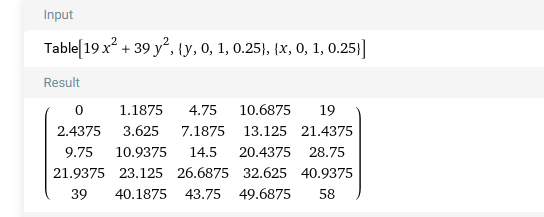


Рисунок 15.6 – Табулювання точного розв’язку крайової задачі

Отже, у результаті наближених обчислені отримали значення, що майже не відрізняються від точних. Для заданих вхідних даних програма видає правильні результати.